WS 2003/04

Diskrete Strukturen I

Ernst W. Mayr

mayr@in.tum.de
Institut für Informatik
Technische Universität München

10-21-2003

Der relativ junge Begriff „Diskrete Strukturen“ oder auch „Diskrete Mathematik“ umfaßt Kombinatorik, Graphentheorie, Optimierung, Algorithmik und einiges mehr. Sie beschäftigt sich mit wohlunterschiedenen Objekten. Wohlunterschieden sind z. B. die Elemente der Menge $\mathbb{N}$ der natürlichen Zahlen, jedoch nicht die Elemente der reellen Zahlen $\mathbb{R}$. Diskret bedeutet insbesondere, daß die betrachteten Mengen im allgemeinen endlich oder abzählbar unendlich sind.

Letztlich werden fast alle Bereiche der Mathematik benutzt; andererseits hat die diskrete Mathematik großen Einfluß auf zahlreiche Bereiche der Mathematik und Informatik. Gelegentlich werden jedoch andere als die gebräuchlichen methodischen Grundlagen benötigt, z. B. da die betrachteten Funktionen im allgemeinen nicht stetig sind.

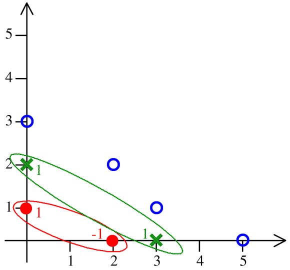
Beispiel

Polynome als Funktionen (mit Ableitung, Tangenten, ...) sind nicht unbedingt Stoff der Diskreten Mathematik; ein Beispiel für eine diskrete Betrachtung sind dagegen die sogenannten *Newton-Polytope*:

$y - x^2$:	$y^2 + x^3$:
$+y \mapsto (1;0;1)$	$+y^2 \mapsto (1;0;2)$
$-x^2 \mapsto (-1;2;0)$	$+x^3 \mapsto (1;3;0)$

Die Monome über $\{x, y\}$ werden also als (Faktor; x-Potenz; y-Potenz) dargestellt.

Beispiel



Die blauen Kreise entstehen durch Vektoraddition der grünen Kreuze und der roten Punkte und stellen die Polytope des Produkts

$$(y - x^2)\,(y^2 + x^3) = y^3 + yx^3 - y^2x^2 - x^5$$

dar (**Minkowski-Addition**).

$$
\begin{aligned}
(k+2)\cdot\Bigg(1 \quad & - \quad \left(wz+h+j-q\right)^2 \\
& - \quad \left((gk+2g+k+1)(h+j)+h-z\right)^2 \\
& - \quad \left(2n+p+q+z-e\right)^2 \\
& - \quad \left(16(k+1)^3(k+2)(n+1)^2+1-f^2\right)^2 \\
& - \quad \left(e^3(e+2)(a+1)^2+1-o^2\right)^2 \\
& - \quad \left((a^2-1)y^2+1-x^2\right)^2 \\
& - \quad \left(16r^2y^4(a^2-1)+1-u^2\right)^2 \\
& - \quad \left(n+l+v-y\right)^2 \\
& - \quad \left(\left(\left(a+u^2(u^2-a)\right)^2-1\right)\left(n+4dy\right)^2+1-\left(x+cu\right)^2\right)^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
- \quad & \left((a^2-1)l^2+1-m^2\right)^2 \\
- \quad & \left(q+y(a-p-1)+s\left(2ap+2a-p^2-2p-2\right)-x\right)^2 \\
- \quad & \left(z+pl(a-p)+t\left(2ap-p^2-1\right)-pm\right)^2 \\
- \quad & \left(ai+k+1-l-i\right)^2 \\
- \quad & \left(p+l(a-n-1)+b\left(2an+2a-n^2-2n-2\right)-m\right)^2 \Bigg)
\end{aligned}
$$

Die positiven Werte, die dieses Polynom mit $(a,\ldots,z) \in {\mathbb{N}_0}^{26}$ annimmt, sind genau alle Primzahlen.

Deshalb empfiehlt sich oft die Verwendung eines symbolischen Mathematikprogramms, z. B. Maple. $\square$