



## Vorlesungsinhalt

<b>Semester:</b>	Sommersemester 2006
<b>Vorlesung:</b>	Diskrete Strukturen II (3+2, 6 ECTS) (mit Übungen)
<b>Dozent:</b>	Prof. Dr. Ernst W. Mayr
<b>Texte:</b>	Th. Schickinger und A. Steger: “Diskrete Strukturen 2 Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik” Springer-Verlag, 2001  M. Greiner und G. Tinhofer: “Stochastik für Informatiker” Carl Hanser Verlag, 1996  H. Gordon: “Discrete Probability” Springer-Verlag, 1997  R. Motwani und P. Raghavan: “Randomized Algorithms” Cambridge University Press, 1995  L. Fahrmeir, R. Künstler, I. Pigeot und G. Tutz: “Statistik — Der Weg zur Datenanalyse” Springer-Verlag, 1997

### Vorlesungsinhalt:

0. Organisatorisches
  1. Vorlesungsinhalt
  2. Literatur
  3. Einleitung
- I. Diskrete Wahrscheinlichkeitsräume
  1. Grundlagen
    - 1.1 Wahl der Wahrscheinlichkeiten
    - 1.2 Historische Anfänge der Wahrscheinlichkeitstheorie
  2. Bedingte Wahrscheinlichkeiten

3. Unabhängigkeit
4. Zufallsvariablen
  - 4.1 Grundlagen
  - 4.2 Erwartungswert und Varianz
    1. Rechenregeln für den Erwartungswert
    2. Varianz
  - 4.3 Mehrere Zufallsvariablen
    1. Unabhängigkeit von Zufallsvariablen
    2. Zusammengesetzte Zufallsvariablen
    3. Momente zusammengesetzter Zufallsvariablen
5. Wichtige diskrete Verteilungen
  - 5.1 Bernoulli-Verteilung
  - 5.2 Binomialverteilung
  - 5.3 Geometrische Verteilung
  - 5.4 Poisson-Verteilung
    1. Poisson-Verteilung als Grenzwert der Binomialverteilung
6. Abschätzen von Wahrscheinlichkeiten
  - 6.1 Die Ungleichungen von Markov und Chebyshev
  - 6.2 Gesetz der großen Zahlen
  - 6.3 Chernoff-Schranken
    1. Chernoff-Schranken für Summen von 0-1-Zufallsvariablen
7. Erzeugende Funktionen
  - 7.1 Einführung
    1. Zusammenhang zwischen der w.e. Funktion und den Momenten
  - 7.2 Summen von Zufallsvariablen
    1. Zufällige Summen
  - 7.3 Rekurrente Ereignisse
8. Formelsammlung
  - 8.1 Gesetze zum Rechnen mit Ereignissen
  - 8.2 Erwartungswert und Varianz diskreter Zufallsvariablen
  - 8.3 Gesetze zum Rechnen mit Zufallsvariablen

## II. Kontinuierliche Wahrscheinlichkeitsräume

1. Einführung
  - 1.1 Motivation

- 1.2 Kontinuierliche Zufallsvariablen
- 1.3 Kolmogorov-Axiome und  $\sigma$ -Algebren
  - 1.  $\sigma$ -Algebren
  - 2. Kolmogorov-Axiome
  - 3. Lebesgue-Integrale
- 1.4 Rechnen mit kontinuierlichen Zufallsvariablen
  - 1. Funktionen kontinuierlicher Zufallsvariablen
  - 2. Kontinuierliche Zufallsvariablen als Grenzwerte diskreter Zufallsvariablen
  - 3. Erwartungswert und Varianz
  - 4. Laplace-Prinzip in kontinuierlichen Wahrscheinlichkeitsräumen
- 2. Wichtige stetige Verteilungen
  - 2.1 Gleichverteilung
  - 2.2 Normalverteilung
  - 2.3 Exponentialverteilung
    - 1. Eigenschaften der Exponentialverteilung
    - 2. Exponentialverteilung als Grenzwert der geometrischen Verteilung
- 3. Mehrere kontinuierliche Zufallsvariablen
  - 3.1 Mehrdimensionale Dichten
  - 3.2 Randverteilungen und Unabhängigkeit
  - 3.3 Warteprobleme mit der Exponentialverteilung
  - 3.4 Summen von Zufallsvariablen
  - 3.5 Momenterzeugende Funktionen für kontinuierliche Zufallsvariablen
- 4. Zentraler Grenzwertsatz
  - 4.1 Normalverteilung als Grenzwert der Binomialverteilung
  - 4.2 Elementarer Beweis des Grenzwertsatzes von de Moivre für  $p = 1/2$
  - 4.3 Verschiedene Approximationen der Binomialverteilung

### III. Induktive Statistik

- 1. Einführung
- 2. Schätzvariablen
  - 2.1 Maximum-Likelihood-Prinzip zur Konstruktion von Schätzvariablen
- 3. Konfidenzintervalle
- 4. Testen von Hypothesen
  - 4.1 Einführung

- 4.2 Praktische Anwendung statistischer Tests
- 4.3 Allgemeines Vorgehen bei statistischen Tests
- 4.4 Ausgewählte statistische Tests
  - 1. Wie findet man das richtige Testverfahren?
  - 2. Ein-Stichproben-Tests für Lageparameter
  - 3. Zwei-Stichproben-Tests für Lageparameter
  - 4. Nicht an Lageparametern orientierte Tests

#### IV. Stochastische Prozesse

- 1. Einführung
- 2. Prozesse mit diskreter Zeit
  - 2.1 Einführung
  - 2.2 Berechnung von Übergangswahrscheinlichkeiten
  - 2.3 Ankunfts-wahrscheinlichkeiten und Übergangszeiten
  - 2.4 Das Gamblers Ruin Problem
  - 2.5 Stationäre Verteilung
  - 2.6 Doppeltstochastische Matrizen
- 3. Prozesse mit kontinuierlicher Zeit
  - 3.1 Einführung
  - 3.2 Warteschlangen
    - 1. M/M/1-Warteschlangen

Ende des in der Vorlesung behandelten Stoffes: Schickinger/Steger S. 196 u.