
Diskrete Strukturen II

Abgabetermin: 12. Mai 2006 vor der Vorlesung

Aufgabe 1

1. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig aus einer Wertemenge $W = \{1, 2, \dots, 120\}$ ausgewählte Zahl $x \in W$ durch 3 oder 5 (oder beides) teilbar ist! Die entsprechende Zufallsvariable X sei dabei Laplace-verteilt.
2. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist X nicht durch 4, 8 und 12 teilbar?

Aufgabe 2

Die folgende Tabelle zeige die Wahrscheinlichkeit $Pr[k]$ an, dass eine Familie k Kinder hat (wir vernachlässigen die Wahrscheinlichkeit höherer Kinderzahlen).

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$Pr[k]$	0.3	0.2	0.2	0.13	0.09	0.04	0.025	0.01	0.004	0.001

Wenn Jungen- und Mädchengeburten gleich wahrscheinlich sind, wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Junge mindestens eine Schwester hat?

Aufgabe 3

Wir wollen mit einem Test feststellen, mit welcher Wahrscheinlichkeit eine bestimmte infektiöse Krankheit vorliegt, wenn der Test positiv war. Die Krankheit trete bei Menschen mit der Häufigkeit 10^{-5} auf. Bei gesunden Menschen sei der Test mit Wahrscheinlichkeit 0,005 positiv, bei schon erkrankten Menschen sei der Test in 95% der Fälle positiv. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem positiv ausgefallenen Test eine Infektion vorliegt?

Aufgabe 4

Für alle $\omega = (\omega_1, \dots, \omega_n) \in \Omega = \{0, 1\}^n$ mit $n \geq 2$ sei $Pr[\omega] = 2^{-n}$. Gegeben seien die $n + 1$ Ereignisse $A_i := \{\omega \in \Omega \mid \omega_i = 1\}$ und $B := \{\omega \in \Omega \mid \sum_i \omega_i \text{ ist ungerade}\}$ sowie die Familien

$$F_1 = \{A_1, \dots, A_n, B\}, \quad F_2 = \{A_1, \dots, A_n\}, \quad F_3 = \{A_2, \dots, A_n, B\}.$$

Welche dieser Familien sind unabhängig? Beweis!