Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr
Dr. Werner Meixner

Sommersemester 2007
Abschlussklausur
21. Juli 2007

Einführung in die Theoretische Informatik

Name	Vorname	Studiengang	Matrikelnummer
....	....	☐ Diplom ☐ Inform. ☐ Bachelor ☐ BioInf. ☐ Lehramt ☐ WirtInf.	....

Hörsaal	Reihe	Sitzplatz	Unterschrift
....	....	....	....

Allgemeine Hinweise

- Bitte füllen Sie obige Felder in Druckbuchstaben aus und unterschreiben Sie!
- Bitte schreiben Sie nicht mit Bleistift oder in roter/grüner Farbe!
- Die Arbeitszeit beträgt 105 Minuten.
- Alle Antworten sind in die geheftete Angabe auf den jeweiligen Seiten (bzw. Rückseiten) der betreffenden Aufgaben einzutragen. Auf dem Schmierblattbogen können Sie Nebenrechnungen machen. Der Schmierblattbogen muss ebenfalls abgegeben werden, wird aber in der Regel nicht bewertet.

Hörsaal verlassen von ...... bis ...... / von ...... bis ......

Vorzeitig abgegeben um ......

Besondere Bemerkungen:

	A1	A2	A3	A4	A5	Σ	Korrektor
Erstkorrektur							
Zweitkorrektur							

Aufgabe 1 (8 Punkte)

Markieren Sie, ob folgende Aussagen in voller Allgemeinheit gelten (J:ja/wahr, N:nein/falsch). Falls Sie ein Kästchen versehentlich angekreuzt haben, so füllen Sie beide bitte vollständig aus und malen unmittelbar rechts daneben zwei neue Kästchen: ■■ □□
Für jedes falsche Kreuz wird ein Punkt abgezogen (innerhalb der Aufgabe 1).

Der Durchschnitt zweier kontextsensitiver Sprachen ist wieder kontextsensitiv.	J | N
Der Durchschnitt zweier kontextfreier Sprachen ist wieder kontextfrei.	J | N
Die Aussage, dass alle bekannten, in der Vorlesung besprochenen Formalisierungen des Berechenbarkeitsbegriffs äquivalent sind, bezeichnet man als die Church'sche These.	J | N
Der Wertebereich einer berechenbaren Funktion ist entscheidbar.	J | N
Das allgemeine Halteproblem ist eine Typ-0-Sprache.	J | N
Sei T eine Turingmaschine, die, für jede Eingabe, keinen der (Schreib-/Lese)Köpfe je nach links bewegt. Dann ist die akzeptierte Sprache $L(T)$ regulär.	J | N
Jede berechenbare totale Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ ist μ-rekursiv.	J | N
Gegeben sei eine berechenbare Auflistung aller Turingmaschinen, die jedem Wort $w \in \{0,1\}^*$ eine Turingmaschine M_w zuordnet. Dann ist die Sprache $L = \{w \in \{0,1\}^* \,;\, M_w \text{ hält für jede Eingabe nach höchstens 10 Schritten}\}$ entscheidbar.	J | N

Aufgabe 2 (7 Punkte)

Sei G eine kontextfreie Grammatik und $L = L(G)$ die von G erzeugte Sprache. Sei n eine für L gültige Konstante aus dem Pumping-Lemma. Beweisen Sie:

1. Falls L endlich ist ($|L| \in N_0$), dann gibt es **kein** Wort $z \in L$ der Länge $|z|$, so dass $n \leq |z| < 2n$ gilt.
2. Falls L unendlich ist ($|L| \notin N_0$), dann gibt es ein Wort $z \in L$ der Länge $|z|$, so dass $n \leq |z| < 2n$ gilt.

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Gegeben sei die Sprache $L \subseteq \{a, b, c\}^*$ mit

$$L = \{a^i b^j c^k \, ; \, i, j, k \in \mathbb{N}_0, \; j < i \text{ und } j < k\} \, .$$

1. Stellen Sie L dar als Durchschnitt kontextfreier Sprachen L_1 und L_2. Zeigen Sie die Kontextfreiheit für die von Ihnen gewählten Sprachen L_1 und L_2.
2. Geben Sie eine kontextsensitive Grammatik G an, die L erzeugt.

Aufgabe 4 (7 Punkte)

Gegeben sei die Sprache $L \subseteq \{d, e\}^*$ mit

$$L = \{d^{2i}e^i \,;\, i \in \mathbb{N}_0\}\,.$$

Geben Sie einen deterministischen Kellerautomaten (DPDA) an, der L entweder mit Endzuständen oder mit leerem Keller akzeptiert.

Aufgabe 5 (10 Punkte)

Wir betrachten die Funktion $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$, die für alle $n \geq 3$ der linearen Rekursion $f(n) = f(n-1)+f(n-2)+f(n-3)$ genügt. Ausserdem gelte $f(0) = 0, f(1) = 1, f(2) = 2$.

1. Zeigen Sie, dass f primitiv-rekursiv ist.

2. Sei W_f der Wertebereich von f, d. h. $W_f = \{f(n)\,;\, n \in \mathbb{N}_0\}$. Zeigen Sie, dass W_f entscheidbar ist.

3. Sei $g : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ die Umkehrfunktion von f auf dem Wertebereich W_f von f, d. h., dass für alle $n \in \mathbb{N}_0$ gilt $n = g(f(n))$ und für $y \notin W_f$ gilt, dass $g(y)$ nicht definiert ist. Zeigen Sie, dass g μ-rekursiv ist.

Hinweis: Es ist nicht notwendig, eine geschlossene Darstellung von f explizit zu berechnen.