Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr
Dr. Werner Meixner

Sommersemester 2007
Übungsblatt 5
23. Mai 2007

Einführung in die Theoretische Informatik

Abgabetermin: 21. Mai 2007 **vor** *der Vorlesung*

Hausaufgabe 1 (5 Punkte)

Sei $\Sigma = \{0, 1\}$. Wir bezeichnen den vom Wortende her gezählten k-ten Buchstaben eines Wortes w als k-letztes Zeichen von w. Sei $L_k \subseteq \Sigma^*$ $(k > 0)$ mit
$L_k = \{w\, ;\, |w| \geq k$ und das k-letzte Zeichen von w ist $0\}$.

1. Geben Sie einen nichtdeterministischen endlichen Automaten mit $k + 1$ Zuständen an, der L_k akzeptiert.
2. Sei $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ ein deterministischer endlicher Automat mit weniger als 2^k Zuständen. Zeigen Sie, dass es Wörter $s, t \in \Sigma^*$ gibt mit $\hat{\delta}(q_0, s) = \hat{\delta}(q_0, t)$ und der Zerlegung $s = w0xz$, $t = w1yz$, wobei $|0xz| = |1yz| = k$ gilt mit $w, x, y, z \in \Sigma^*$.
3. Warum kann es keinen deterministischen endlichen Automaten mit weniger als 2^k Zuständen geben, der L_k erkennt?

Hausaufgabe 2 (5 Punkte)

Geben Sie für die folgenden Sprachen jeweils einen regulären Ausdruck an:

1. die Binärdarstellungen aller durch 3 teilbaren Zahlen,
2. die Menge aller Wörter über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$, in denen kein Paar aufeinanderfolgender Nullen weiter rechts steht als ein beliebiges Paar von benachbarten Einsen.

Hausaufgabe 3 (5 Punkte)

Wir bezeichnen im Folgenden mit r, s reguläre Ausdrücke, deren Sprachen $L(r)$ und $L(s)$ von entsprechenden nichtdeterministischen endlichen Automaten R bzw. S mit ϵ-Übergängen akzeptiert werden.

1. Beweisen oder widerlegen Sie, dass für beliebige Ausdrücke r und s stets $(r|s)^* = r^*|s^*$ gilt.
2. Geben Sie ein Verfahren an zur Konstruktion eines NFA (ggf. mit ϵ-Übergängen), der $r^*|s^*$ akzeptiert.

Hausaufgabe 4 (5 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Sprache L der Palindrome gerader Länge über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ nicht regulär ist.

Hinweis: *Die als* Vorbereitung *bezeichneten Aufgaben werden nicht bewertet und dienen der häuslichen Vorbereitung der Tutoraufgaben, die ebenfalls nicht bewertet werden. Die Abgabe einer Bearbeitung der Vorbereitungsaufgaben zusammen mit der Bearbeitung der Hausaufgaben wird empfohlen. Tutoraufgaben werden in den Übungsgruppen bearbeitet.*

Vorbereitung 1

Konstruieren Sie für den regulären Ausdruck $[1(0|1)^*]|0$ mit dem Standardverfahren aus der Vorlesung einen entsprechenden nichtdeterministischen Automaten mit ϵ-Übergängen.

Vorbereitung 2

Zeigen Sie, dass die Sprache $L = \{a^{(k^3)}\,;\, k \in \mathbb{N}\}$ nicht kontextfrei ist.

Tutoraufgabe 1

Wandeln Sie den in Vorbereitungsaufgabe 1 erhaltenen Automaten in einen äquivalenten NFA ohne ϵ-Übergänge um.

Tutoraufgabe 2

Wir betrachten die kontextfreie Grammatik $G = (V, \{a, b\}, P, S)$ (siehe Blatt 4, Tutoraufgabe 2) mit Produktionen in Chomsky-Normalform

$$\begin{array}{rcl}
S & \rightarrow & XC_3 \mid XY \mid AC_3 \mid AY \mid XX \mid XB \mid XA \mid AX \mid AB \mid AA \mid \epsilon\,, \\
X & \rightarrow & AC_1 \mid AX \mid AA\,, \\
C_1 & \rightarrow & XZ \mid AZ\,, \\
Y & \rightarrow & ZC_2 \mid ZB \mid BZ \mid BB\,, \\
C_2 & \rightarrow & BZ\,, \\
Z & \rightarrow & XC_3 \mid XY \mid AC_3 \mid AY \mid XX \mid XB \mid XA \mid AX \mid AB \mid AA\,, \\
C_3 & \rightarrow & YZ \mid XZ \mid BZ \mid AZ\,, \\
A & \rightarrow & a\,, \\
B & \rightarrow & b\,.
\end{array}$$

Entscheiden Sie mit Hilfe des Cocke-Younger-Kasami-Algorithmus, ob die Wörter *aabaa* und *abab* in der Sprache $L(G)$ enthalten sind! Geben Sie gegebenenfalls Ableitungen an!