
Diskrete Strukturen

Hin.Ti's zu Aufgaben von Blatt 10

Die folgenden Hinweise und Tipps zu Haus- oder Zusatzaufgaben sind für die Bearbeitung nicht notwendig, möglicherweise aber hilfreich. Man sollte zunächst versuchen, die Aufgaben ohne Hilfestellung zu lösen.

ad HA 1:

Wir bestimmen die diskrete Fouriertransformierte $\mathcal{F}_{8,\omega}(\vec{a})$ des Polynoms $P_{\vec{a}} = 2 + x + 2x^2 + x^3 + 2x^4 + x^5 + 2x^6 + x^7$ mit $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}(1+i)$ als primitiver Einheitswurzel. In der Ausführung von $\text{DFT}(\vec{a}, \omega)$ werden im ersten rekursiven Aufruf die Fouriertransformierten $\mathcal{F}_{4,\omega'}(\vec{a}_g)$ bzw. $\mathcal{F}_{4,\omega'}(\vec{a}_u)$ zu den Polynomen $P_{\vec{a}_g}$ bzw. $P_{\vec{a}_u}$ der geraden bzw. ungeraden Koeffizienten von p mit $\omega' = \omega^2 = i$ bestimmt.

ad HA 2:

1. Welches sind die möglichen Reste bei Division durch p ?
2. Welche reellen Nullstellen besitzt $p(x) = x^2 + 1$?
Ordnen Sie der Unbestimmten x die imaginäre Einheit i zu und erweitern Sie die Zuordnung zu einer Abbildung von $\mathbb{R}[x]/(p)$ auf \mathbb{C} . Beachten Sie den begrifflichen Unterschied zwischen „Restklasse“ und „Rest“.

ad HA 3:

1. Überprüfen Sie die Nullstellen von Polynomen der Form $p(x) = x^2 + bx + c$.
2. Das Polynom $p(x) = x^4 + 1$ besitzt keine Nullstelle und kann deshalb keine Linearfaktoren als Teiler enthalten.

ad HA 4:

1. Da K^* eine multiplikative Gruppe der Ordnung $q - 1$ ist, gilt für alle $a \in K^*$ die Gleichung $a^{q-1} = 1$. Daraus folgt, dass jedes $a \in K^*$ eine Nullstelle von $x^{q-1} - 1$ ist.
2. Da $|K|$ ungerade ist, kann der Fall ausgeschlossen werden, dass die Charakteristik von K gleich zwei ist. Folgern Sie zunächst $a \neq -a$ und summieren Sie geeignet.

ad HA 5:

1. Man beachte, dass in \mathbb{Z}_3 beispielsweise die Gleichungen $2 +_3 2 = 1$ sowie $1 +_3 2 = 0$ gelten.
3. Zeigen Sie, dass $x - 1$ ein Nullteiler von π ist.

ad HA 6:

2. Berechnen Sie $x^6 \bmod b(x)$ in R_b .