

---

## Diskrete Strukturen

---

### Hin.Ti's zu HA Blatt 8

Die folgenden Hinweise und Tipps zu Hausaufgaben sind für die Bearbeitung nicht notwendig, möglicherweise aber hilfreich. Man sollte zunächst versuchen, die Hausaufgaben ohne Hilfestellung zu lösen.

#### ad HA 1:

1.  $\implies$ : Nach Definition gilt  $\text{ord}(g) = \min\{m : g^m = e\}$ . Es folgt  $g^d = e$ . Seien  $n > 0$  und  $g^n = e$ . Folgern Sie nun  $d|n$ .  $\impliedby$ : Sei  $d > 0$  mit  $g^d = e$  und für jedes  $n > 0$  mit  $g^n = e$  gelte  $d|n$ . Folgern Sie  $d = \text{ord}(g)$ .
2. Es gilt  $\text{ord}(g) = x \cdot \text{ggT}(\text{ord}(g), n)$  und  $n = y \cdot \text{ggT}(\text{ord}(g), n)$  für gewisse teilerfremde  $x$  und  $y$ . Es folgt  $nx = y \cdot \text{ord}(g)$ . Zeigen Sie mit Teilaufgabe 1, dass  $\text{ord}(g^n)$  Teiler von  $\frac{\text{ord}(g)}{\text{ggT}(\text{ord}(g), n)}$  ist. Zeigen Sie nun, dass auch  $\frac{\text{ord}(g)}{\text{ggT}(\text{ord}(g), n)}$  Teiler von  $\text{ord}(g^n)$  ist.

#### ad HA 2:

Bestimmen Sie das Bild von 1 unter  $\sigma$ . Bilden Sie die Ergebnisse Ihrer letzten Berechnung so lange immer wieder ab, bis Sie wieder 1 erhalten. Verfahren Sie analog mit den Zahlen, die Sie noch nicht abgebildet haben.

Die Ordnung von  $\sigma$  läßt sich aus der Ordnung der einzelnen Zyklen von  $\sigma$  bestimmen.

#### ad HA 3:

1. Sei  $n \geq 3$ . Wenn  $S_n$  zyklisch ist, dann gibt es ein  $p \in S_n$ , so dass  $\text{ord}(p) = |S_n| = n!$  gilt. Betrachten Sie nun die Zyklendarstellung von  $p$  und leiten Sie daraus  $\text{ord}(p) < n!$  und damit einen Widerspruch ab.
2. Die Ordnung einer Permutation  $p$  wird durch das kleinste gemeinsame Vielfache der Längen der Zyklen in der Zyklendarstellung von  $p$  bestimmt (siehe Korollar 107 der Vorlesung). Zeigen Sie  $k = 12$ .

#### ad HA 4:

1. Man verwende die Gleichung  $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$ .
2. Mit Ausnahme von 1 und  $n - 1$  besitzt jedes Element  $k$  aus  $K_n \setminus \{0\}$  ein multiplikatives Inverses  $k^{-1}$ , so dass  $k \neq k^{-1}$  gilt!

#### ad HA 5:

Wann sind zyklische Gruppen isomorph?

#### ad HA 6:

1. Man beachte TA 4 auf Blatt 6