Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr
Dr. Werner Meixner

Wintersemester 2012/13
Informationsblatt 7
14. Januar 2013

Diskrete Strukturen

Hin.Ti's zu Aufgaben von Blatt 12

Die folgenden Hinweise und Tipps zu Haus– oder Zusatzaufgaben sind für die Bearbeitung nicht notwendig, möglicherweise aber hilfreich. Man sollte zunächst versuchen, die Aufgaben ohne Hilfestellung zu lösen.

ad HA 1:

1. Wie kann man das Produkt $(a + b + c)^9$ geeignet zur Lösung verwenden?
2. Es sind die surjektiven Abbildungen von N auf 9-elementige Teilmengen von R zu betrachten.
3. Man wähle zunächst die leeren Boxen aus. Nun können 9 Bälle oder 10 Bälle verteilt werden.

ad HA 2:

2. Man zeige zunächst $p(x) = (-1)^n \binom{x-1}{n}$.

ad HA 3:

1. Klammern Sie beispielsweise $(y + (x + z + t))$ und entwickeln Sie $(y + (x + z + t))^8$ nach dem Binomialsatz in eine Summe. Betrachten Sie nun den Summanden, der y^4 enthält.
2. $\binom{p}{i} = \frac{p^{\underline{i}}}{i!}$ ist eine natürliche Zahl. Dies bedeutet, dass alle in $i!$ enthaltenen Primfaktoren im Bruch gekürzt werden können.

ad HA 4:

1. Beachten Sie, dass die Gleichung auch für negative ganze Zahlen m, n bewiesen werden muss. Benutzen Sie die definierenden Gleichungen von Folie 33 der neunten Zentralübung. Führen Sie den Beweis, indem Sie ein Induktionsschema benutzen ähnlich, wie es in der Vorlesung auf Folie 335 als zweite Beweisvariante für die Ungleichung zwischen geometrischem und arithmetischem Mittel angewandt wurde.

   Für $n \in \mathbb{Z}$ sei dazu $P(n)$ die Eigenschaft, dass für alle $m \in \mathbb{Z}$ die Gleichung $x^{\underline{m+n}} = x^{\underline{m}} \cdot (x - m)^{\underline{n}}$ gilt, d.h. $P(n) := (\forall m \in \mathbb{Z})\,[\,x^{\underline{m+n}} = x^{\underline{m}} \cdot (x - m)^{\underline{n}}\,]$. Zu beweisen ist also $(\forall n \in \mathbb{Z})\,[P(n)]$. wie folgt:
   1. $P(0)$.
   2. $(\forall n \in \mathbb{Z})\,[P(n) \Longrightarrow P(n + 1)]$.
   3. $(\forall n \in \mathbb{Z})\,[P(n) \Longrightarrow P(n - 1)]$.
2. Benutzen Sie die Gleichung (1).

ad HA 5:

1. Verwenden Sie die Gleichung $\sum_{i=1}^{n+1}\binom{n+1}{i}S_{i,2} = \sum_{i=1}^{n+1}\left[\binom{n}{i-1}+\binom{n}{i}\right]S_{i,2}$ für den Induktionsschluss und nutzen anschließend teilweise die Rekursion für die Stirling-Zahlen! Beachten Sie $S_{1,2}=0$ und $\binom{n}{n+1}=0$.
2. Wenden Sie Stirling-Inversion an.
3. Beachten Sie, dass die Zyklen einer Permutation gleichzeitig eine Partition der Basismenge definieren.

ad HA 6:

2. Beachten Sie den Zusammenhang mit Partieller Summation.